



Construcción de portafolios condicionales vs tradicionales: aplicación al Mercado Integrado Latinoamericano (MILA)

Conditional vs traditional portfolios in the Latin American Integrated Market (MILA)

Magnolia Miriam Sosa Castro^{2*}, Alejandra Cabello Rosales¹,
Edgar Ortiz Calisto¹

¹Universidad Nacional Autónoma de México, México

²Universidad Autónoma Metropolitana, México

Recibido el 7 de diciembre de 2022; aceptado el 24 de abril de 2023

Disponible en Internet el: 27 de abril de 2023

Resumen

El objetivo de este trabajo es construir portafolios, a partir del cálculo de parámetros no condicionales (tradicionales) y condicionales, estos últimos mediante modelos Generalizados Autoregresivos con Heteroscedasticidad Condicional (GARCH) univariados y de Correlación Condicional Dinámica (GARCH-DCC), bajo una distribución t-Student. Una vez realizada la estimación con ambos tipos de parámetros, se comparan los portafolios tradicionales con respecto a los condicionales, determinando cuál de ellos resulta en estimar una mejor relación riesgo-rendimiento. Para el diseño de los portafolios óptimos se emplean los índices bursátiles del Mercado Integrado Latinoamericano (MILA) constituido por Colombia, Chile, México y Perú, precios de cierre diarios de enero 2017 a junio 2022. Los resultados señalan que, los portafolios condicionales tienen mejor desempeño que los portafolios construidos de manera tradicional. Los hallazgos tienen importantes implicaciones en términos del desarrollo de estrategias de inversión internacional en mercados emergentes.

* Autor para correspondencia

Correo electrónico: msosac87@hotmail.com (M. M. Sosa Castro).

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad Nacional Autónoma de México.

<http://dx.doi.org/10.22201/fca.24488410e.2023.4911>

0186- 1042/© 2019 Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Contaduría y Administración. Este es un artículo Open Access bajo la licencia CC BY-NC-SA (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>)

Código JEL: G11, G15, C58

Palabras clave: portafolios condicionales; mercado integrado latinoamericano; modelos GARCH; modelos de correlación condicional dinámica

Abstract

This paper aims to propose the construction of portfolios using conditional parameters obtained with univariate and multivariate GARCH models under the t-Student distribution. For the design of the optimal portfolios, the MILA (Latin American Integrated Market) indexes from 2017 to 2022 are used. The results reveal that conditional portfolios have a better risk-return ratio and lower risk exposure (measured by Value at Risk) compared to traditional portfolios. Empirical evidence is crucial for developing international investment strategies in emerging markets.

JEL Code: G11, G15, C58

Keywords: conditional portfolios; Latin American integrated market; GARCH models; dynamic conditional correlation model

Introducción

En las últimas tres décadas, la inversión extranjera de portafolio que se dirige a los países emergentes ha sido cada vez mayor. Después de la gran caída que sufrieron las bolsas de valores por la pandemia del Covid19, los mercados financieros han exhibido una tendencia positiva. De manera particular, las economías latinoamericanas, sobre todo aquellas ligadas a la producción de materias primas y petróleo han mostrado recuperación en sus indicadores bursátiles (Bloomberg, 2022). El mercado de capitales ofrece una serie de instrumentos que son objeto de la conformación de portafolios de inversión, a su vez, es una fuente de financiamiento importante, por lo cual, es clave para la región disponer de recursos provenientes del mismo.

El financiamiento permite a las empresas llevar a cabo proyectos, los cuales promueven la demanda de bienes y servicios y generación de empleos, redundando en crecimiento económico. Así, se debe promover la disponibilidad de recursos a través de las diversas fuentes, entre las que destacan las bolsas de valores.

La construcción de portafolios de inversión en el contexto del mercado integrado latinoamericano es importante por varias razones: i) mayor cantidad de recursos en los mercados latinoamericanos puede aumentar el potencial de crecimiento económico de la región, ya que facilita el flujo de bienes, servicios, capitales y personas entre los países, lo que puede llevar a una mayor inversión, más empleo y un aumento del comercio; ii) la inversión también puede aumentar la competitividad de las empresas latinoamericanas, al permitirles aprovechar las economías de escala, reducir los costos y mejorar la eficiencia en la producción y distribución de bienes y servicios; iii) puede ayudar a los inversionistas a

diversificar sus riesgos, al tener acceso a una amplia gama de oportunidades de inversión en diferentes países y sectores; iv) puede permitir a las empresas de la región acceder a nuevos mercados, lo que puede aumentar su base de clientes y expandir su alcance geográfico.

Dado el creciente interés mostrado por los inversionistas internacionales sobre los mercados latinoamericanos, es necesario realizar análisis precisos que realmente permitan capturar la dinámica de los indicadores financieros. A medida que los resultados de dichos análisis sean precisos, la toma de decisiones también será más acertada. En este sentido, se emplea una extensión del modelo de Markowitz (1952), incorporando parámetros condicionales para el desarrollo de portafolios de inversión óptimos.

Las bases teóricas de este trabajo subyacen en la teoría de la elección racional la cual menciona que, en términos financieros, mayor ganancia siempre es preferida a menor ganancia (Darraz y Bernasconi, 2012). También la teoría de la utilidad toma relevancia al considerar que, existe una utilidad marginal decreciente ante dicha ganancia, ya que los individuos son adversos al riesgo y se sabe que, a mayor ganancia, el riesgo será mayor. Ambos enfoques son la base para la teoría de la cartera, la cual fue formulada a partir del modelo de Markowitz, el cual se basa en el principio de diversificación, permitiendo a los inversionistas maximizar su ganancia a un nivel de riesgo dado o minimizar su riesgo a un nivel de rendimiento señalado (Agudo y Marzal, 2002).

La principal aportación del modelo de Markowitz op cit. es que, se evidenció que no es tan importante el nivel de riesgo individual de cada instrumento que compone a un portafolio, sino la interrelación que existe entre cada activo y el resto de los elementos que se encuentran comprendidos en la cartera. Así, originalmente, se propuso que la medida de riesgo de una canasta de activos es la covarianza de sus rendimientos. Para la estimación de dicho indicador, la desviación estándar y la correlación por pares son métricas necesarias. No obstante, dadas las características de las series financieras (no normalidad en la distribución de los rendimientos, varianza inconstante en el tiempo, conjuntos de volatilidad, memoria larga en rendimientos y volatilidad, por mencionar las más importantes) el empleo de parámetros incondicionales, asumiendo normalidad y estáticos se ha debatido intensamente.

Así, con el desarrollo de los programas computacionales y el incremento de la capacidad de la inteligencia artificial se han propuesto modelos que permiten capturar mejor la dinámica de las series financieras. Los modelos Generalizados Autoregresivos con Heteroscedasticidad Condicional (GARCH) son una de las aproximaciones más empleadas en la modelación del comportamiento de series financieras. El modelo GARCH (1,1) desarrollado por Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) permite capturar el efecto ARCH y modelar la varianza cambiante a través del tiempo.

A partir de los modelos GARCH univariados se desarrolló la parametrización multivariada, la cual es conocida como la forma VECM del modelo GARCH multivariado. Dado que dicho modelo supone la estimación de una gran cantidad de parámetros; se extendió y formuló su forma diagonal, con el objeto

de simplificar el análisis. Si bien se logró la reducción de parámetros, cuando incrementa el tamaño de la muestra, también incrementa la carga computacional y se vuelve complejo encontrar una estimación factible (Tolgahan, 2010).

Para paliar el problema de la sobre-parametrización, en 1990 Bollerslev propone el modelo GARCH de Correlación Condicional Constante (GARCH-CCC) el cual estima las desviaciones estándar condicionales de los activos mediante un proceso GARCH univariado y asume que la correlación condicional entre cada par de elementos es constante. No obstante, Tse y Tsui (2002) probaron que dicho modelo puede no ser válido cuando el proceso estimado es multivariado.

Para sobreponer el tema de la correlación condicional constante, fueron propuestos los modelos BEKK y DCC. El primero de ellos fue una propuesta de Engle y Kroner (1995) que contempla que la covarianza entre los activos no es constante. Sin embargo, conforme incrementa el tamaño de la muestra, también aumenta la dificultad para la estimación de las covarianzas condicionales. Mientras que, el modelo GARCH de correlación condicional dinámica (GARCH-DCC) permitió hacer frente a estos grandes retos, dando como resultado un número de parámetros reducido fácil de analizar y el análisis de la evolución de las covarianzas y correlaciones condicionales a través del tiempo.

En términos del presente artículo, el objetivo es comparar la construcción de portafolios eficientes a partir de parámetros no condicionales (tradicionales) y condicionales. Para lograr dicho objetivo, en primer lugar, se estiman las desviaciones estándar y medias condicionales mediante modelos GARCH t-Student univariados. Después, se modelan las correlaciones condicionales cambiantes a través del tiempo por pares entre los índices que componen la cartera, empleando modelos GARCH DCC t-Student. A partir de dichas estimaciones, se construye la matriz de covarianzas condicionales y se diseñan los portafolios óptimos optimizando el nivel de riesgo, para el portafolio de mínima varianza y maximizando el rendimiento, para el resto de las carteras que se encuentran en la frontera eficiente. Finalmente, para comprobar la hipótesis de que la estimación de los portafolios condicionales no solo es más conveniente en términos de la relación riesgo-rendimiento, sino en la exposición al riesgo potencial, se estima tanto el Valor en Riesgo, como el Valor en Riesgo condicional.

La construcción de portafolios óptimos condicionales se realiza empleando los índices de las bolsas de valores que componen el Mercado Integrado Latinoamericano: Chile-IPSA, Colombia-COLCAP, México-IPC y Perú-IGBVL¹ durante el periodo 2017-2022. La contribución de esta investigación subyace en que, la estimación de portafolios condicionales no normales permite capturar mejor la dinámica de los rendimientos bursátiles en relación con portafolios que emplean métricas

¹ Se asume que dicha estrategia es posible gracias al desarrollo de la ingeniería financiera y el diseño de Fondos Cotizados en Bolsa (ETFs) o Recibos de Depósito Americano (ADR), los cuales son instrumentos/carteras que replican un índice conocido y que cotizan en dólares.

incondicionales, normales y estáticas, lo cual garantiza una mejor estrategia de diversificación, obteniendo portafolios con mejor desempeño. Los resultados son de suma importancia para inversionistas extranjeros interesados en diversificar sus recursos internacionalmente en países emergentes.

El trabajo se organiza en cuatro secciones, además de la presente introducción. La sección dos presenta la revisión de la literatura relacionada con el uso de modelos GARCH para la determinación del riesgo y desempeño de las inversiones financieras y para la construcción de portafolios de inversión. La tercera sección describe la metodología y los datos empleados. La sección cuatro analiza los resultados y la última sección concluye la investigación.

Revisión de la literatura

Los modelos GARCH han sido ampliamente utilizados para analizar el riesgo-rendimiento de los activos financieros. La volatilidad es una de las medidas de mayor interés para los inversionistas, ya que indica que tanta variación habrá en el rendimiento esperado. Así, las aproximaciones condicionales no solamente han buscado medir la volatilidad histórica, sino realizar predicciones sobre los valores futuros de la misma en ciertos activos financieros.

Las aplicaciones de los modelos GARCH se han extendido para investigar la volatilidad condicional de diversos instrumentos: criptomonedas (Fakhfekh y Jeribi, 2020; Cheikh, Zaided y Chevallier, 2020; Cerqueti, Giacalone y Mattera, 2020; Fung, Jeong y Pereira, 2022), precio de materias primas (Bouri, Jalkh y Roubaud, 2019; Faldziński, Fiszeder y Orzeszko, 2020), rendimientos accionarios (Nugroho, et al. 2019; Mohsin, et al., 2020; Oloko, Adediran y Fadiya, 2022) y de índices bursátiles, como es el caso del presente artículo (Kim y Won, 2018; Aliyev, Ajayi y Gasim, 2020; Endri, et al., 2020; Yadav, Singh y Tandon, 2023).

En cuanto al MILA, Riaño, Mejía y Jaramillo (2023) analizan la volatilidad y creación de valor dentro del bloque. Los autores mencionan que, dicho acuerdo ha sido esencial para impulsar el crecimiento de las bolsas, generando nuevas oportunidades de inversión y diversas alternativas para los inversionistas. Dentro de sus hallazgos, resalta la relación inversa entre creación de valor y volatilidad, es decir, a menor valor, mayor volatilidad.

Otro de los indicadores ampliamente investigado es la relación riesgo-rendimiento, para ello se han empleado diversas aproximaciones GARCH, permitiendo medir el movimiento dinámico entre el riesgo y rendimiento en diversos mercados emergentes tales como Sudáfrica (Morahanye, 2019; Dwarika, Moores-Pitt y Chifurira, 2021), India (Patel, 2021), Nigeria (Nageri, 2021), China (Zhao y Wen, 2022), Hong Kong (Wang y Hartzell, 2021), por mencionar algunos de ellos.

En cuanto a portafolios de inversión, los modelos de heteroscedasticidad condicional han sido utilizados para medir la pérdida potencial, Valor en Riesgo (VaR). Tal es el caso de la investigación realizada por Nasini, Labbe y Brotcorne (2022) quienes optimizan un portafolio multi-mercado, asegurando el cumplimiento de la regulación en términos de la pérdida potencial estimada a través del Valor en Riesgo Condicional (CVaR). De manera similar, Nurrahmat, Noviyanti y Bachrudin (2017) calculan el valor en riesgo de un portafolio de divisas usando modelos GARCH asimétricos y teoría de cópulas.

Las extensiones de los modelos GARCH no solo se han implementado para medir el VaR condicional de los portafolios, sino para construir carteras dinámicas, para ello Díaz y Esparcia (2021) emplean diversas aproximaciones de heteroscedasticidad condicional. Ali et al. (2019) emplean modelos GARCH simétricos y asimétricos para modelar la interdependencia entre los mercados accionarios y de petróleo en los países del G-7. Asimismo, emplean los parámetros estimados para construir portafolios condicionales, concluyendo que la inclusión de instrumentos petroleros es importante para lograr los objetivos de diversificación y adecuada cobertura.

Joyo y Lefen (2019) analizan el proceso de integración y las opciones de diversificación de portafolio que existe entre Pakistán y sus principales socios comerciales, para ello emplean modelos DCC-GARCH bajo la distribución t-Student. Los resultados sugieren que Pakistán estuvo fuertemente integrado con sus socios durante la crisis 2008, pero dicho fenómeno ha ido en disminución, abriendo posibilidades de diversificación de portafolio entre dichas economías.

De manera similar a lo propuesto por Joyo y Lefen op. Cit., en el presente artículo se analiza la volatilidad condicional de los índices latinoamericanos pertenecientes al MILA, se miden los comovimientos variantes a través del tiempo, por cada par de mercados. Asimismo, se analizan las posibilidades de diversificación que existen en inversiones que incorporen instrumentos cuyo origen sean los países de dicha alianza bursátil.

Metodología y datos

El objetivo de este trabajo es analizar la volatilidad de los índices accionarios de los países que componen el Mercado Integrado Latinoamericano. Así como medir la relación dinámica que existe entre ellos, proponiendo la construcción de portafolios condicionales a partir de dichos índices. Lo anterior con el objeto de comprobar que la optimización de portafolios a partir de la incorporación de parámetros condicionales permite un mayor desempeño en el rendimiento de las inversiones, al capturar de manera adecuada la dinámica de las series y los coeficientes referentes al riesgo-rendimiento de las mismas.

Para lograr dicho objetivo, primero se estiman los modelos GARCH univariados bajo la distribución t-Student, permitiendo obtener la varianza y media condicionales de las series. En segundo momento, se modela la correlación dinámica por pares a partir de los modelos DCC. Así, se obtiene la matriz de varianzas y covarianzas condicional y la correlación dinámica entre las series. Una vez estimados los parámetros, se emplea el modelo de optimización paramétrica para la construcción de portafolios.

Modelo de Markowitz

Siguiendo el modelo de Markowitz, el rendimiento esperado de cada portafolio es la suma ponderada de los rendimientos esperados de los activos que componen cada portafolio:

$$E(r_p) = \sum_{j=1}^n w_j E(r_j) \quad (1)$$

donde:

$E(r_p)$ = Rendimiento esperado del portafolio p.

p = Portafolio de activos.

w_j = Proporción de la inversión realizada en cada activo del portafolio.

$E(r_j)$ = Rendimiento esperado de cada activo del portafolio.

Con la restricción presupuestal de que la suma de las ponderaciones = 1.

Por otro lado, el riesgo de un portafolio se mide con la desviación estándar de los rendimientos de los activos incluidos en el portafolio. La varianza de los rendimientos de los portafolios es el promedio ponderado de las covarianzas de todos los pares incluidos en el portafolio (Luenberger, 1998):

$$\sigma_{rp}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

donde:

σ_p^2 = Varianza de los rendimientos del portafolio p.

$w_i w_j$ = Proporción de la inversión en los activos i y j.

σ_{ij} = Covarianza entre los rendimientos de los activos i y j.

La varianza del portafolio también puede obtenerse mediante su forma matricial:

$$\sigma_{rp}^2 = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

La desviación estándar del portafolio se determina como sigue:

$$\sigma_{rp} = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad i \neq j} \quad (4)$$

donde:

σ_{rp} = Desviación estándar del portafolio p.

σ_p^2 = Varianza de los rendimientos del portafolio p.

p= Portafolio de activos.

$w_i w_j$ = Proporción de la inversión en los activos i y j.

σ_{ij} = Covarianza entre los rendimientos de los activos i y j.

La extensión del modelo de Markowitz que se propone en la presente investigación incorpora parámetros condicionales, en lugar de aquellos convencionales. Así, la desviación estándar condicional y la correlación dinámica condicional se estiman a partir de los siguientes modelos GARCH univariados y multivariados, respectivamente.

Modelos GARCH univariados

Los modelos GARCH desarrollados por Bollerslev (1986), describen que la varianza condicional está en función de los cuadrados de las perturbaciones y de las varianzas condicionales de períodos previos.

La pertinencia de estos modelos radica en que capturan las principales características de las series financieras (Francq y Zakoian, 2010, p. 19). Acorde con lo anterior y conforme a lo expuesto por Bollerslev (1986, p. 308), el proceso GARCH (p,q) se describe como:

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (6)$$

Donde ε_t representa un proceso estocástico en tiempo discreto, ψ_{t-1} es un conjunto de información a través del tiempo t y h_t es la volatilidad condicional bajo las singularidades de $p \geq 0, q > 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, q$ y $\beta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, p$. Si $p = 0$ se tiene el proceso ARCH (q) en regresión.

La condición $\alpha + \beta < 1$ indica que se trata de un proceso GARCH estacionario, indicando que la varianza no crece de manera indefinida. Igualmente, donde $\beta > \alpha$ se interpreta que frente a los choques con efectos de largo plazo la volatilidad no disminuye rápidamente, es decir, hay persistencia en la volatilidad.

Modelo GARCH multivariado DCC

El modelo de Correlación Condicional Dinámica (DCC, por sus siglas en inglés) planteado por Engle (2002) parametriza directamente las correlaciones condicionales empleando los residuos estandarizados (ε_{it}) de la volatilidad modelada por alguna aplicación GARCH univariada. Se parte de que los residuos estandarizados ε_{it} siguen una distribución multivariada t-Student con v grados de libertad, otorgando la información disponible en el tiempo $t-1$. La distribución t-Student se emplea para modelar la no normalidad; colas pesadas y distribuciones puntiagudas, normalmente dibujadas por los rendimientos de las series económicas y financieras.

Las ventajas de emplear dicha extensión GARCH es que el número de parámetros a estimar es independiente del número de series correlacionadas, a diferencia de otros modelos como BEKK en los cuales a medida que incrementa el tamaño de la muestra, también incrementa la dificultad de la estimación y la interpretación por el creciente número de parámetros (Engle, 2002, p. 3)

De acuerdo con Engle (2002, p. 10) y Aielli (2013, p. 283), la ecuación del proceso DCC es el siguiente:

$$H_t = D_t^2 R_t D_t^2 \quad (7)$$

$$Q_t = (1 - a - b)\bar{Q} + a\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1} + bQ_{t-1} \quad (8)$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \tag{9}$$

Donde, en la ecuación 7, para la definición de la matriz de covarianza condicional (H_t), D_t es la matriz de varianzas condicionales conformada por los elementos diagonales de la estimación de un modelo GARCH univariado $\text{diag}(h_{1t}, \dots, h_{Nt})$. Luego, $R_t = [\rho_{ij,t}]$ representa la matriz de correlación condicional compuesta por la matriz de cuasi – correlaciones $Q_t = [q_{ij,t}]$ y $Q_t^* = \text{diag}(q_{11,t}, \dots, q_{NN,t})$. Finalmente, a y b son escalares y $\bar{Q} = E[\varepsilon_t \varepsilon_t']$.

Valor en Riesgo (VaR) y VaR Condicional (cVaR)

El Valor en Riesgo es una medida que permite conocer la pérdida máxima posible en un horizonte de inversión (t días) a un horizonte de confianza dado $(1-\alpha)$. Por lo cual, el VaR es un percentil determinado de una distribución de probabilidad, de las variaciones previstas en el valor de mercado de un activo o portafolio de inversión. Suele estimarse en términos de la distribución de la rentabilidad presentada por la cartera en periodos pasados, a dicha metodología se le denomina “histórica”. Dicha estimación presenta ciertas ventajas, en relación con métodos denominados como paramétricos, en los cuales se asume una distribución de probabilidad.

Para una distribución univariante, $F_h(x)$ y una probabilidad p ; $0 < p < 1$; el cuantil p -ésimo de $F_h(x)$ es:

$$x_p = \inf\{x | F_h(x) \geq p\} \tag{10}$$

donde \inf denota la menor de las cantidades que satisface la desigualdad indicada. Si se conociese la distribución $F_h(x)$; entonces el VaR de la cartera sería simplemente el cuantil p -ésimo de $F_h(x)$. Sin embargo, esta distribución se desconoce en la práctica, y el cálculo del VaR requiere estimar $F_h(x)$ o su cuantil p -ésimo (Novales, 2016).

Tomando como base en VaR, el VaR condicional, también conocido como la pérdida esperada en la Cola de la Distribución (*Expected Tail Loss, ETL*), al $100 p\%$ es el VaR Condicional definido por:

$$ETL_h^p = -E(R_h | R_h < -VaR_h^p)W \tag{11}$$

Donde R_h denota la rentabilidad descontada de la cartera h días y W es el valor actual

Tomando como referencia el horizonte a un día, se tiene

$$ES_{t+1}^P = -E[R_{t+1}|R_{t+1} < -VaR_{t+1}^P] \quad (12)$$

Medido en términos de rentabilidades logarítmicas, no en término nominales, el Expected Shortfall (ES) es el *benchmark* VaR condicional definido por

$$ES_h^P = -E(RA_h | RA_h < -BVaR_h^P)W \quad (13)$$

Donde *RA* denota la rentabilidad activa de la cartera, y *BVaR* es el *benchmark VaR* (Novales, 2016).

Datos

El mercado integrado latinoamericano se encuentra conformado por cuatro de las más importantes bolsas de valores de América Latina: Bolsa de Santiago, Bolsa de Valores de Colombia, Bolsa Mexicana de Valores y Bolsa de Valores de Lima. Es el principal mercado en cuanto a oferta de valores y segundo en capitalización bursátil (BVL, 2022). Así, se ha constituido como una alternativa idónea para la inversión en mercados emergentes, otorgando oportunidades de diversificación internacional.

El Mercado Integrado Latinoamericano (MILA) es un mercado bursátil creado en 2011. Desde su creación, el MILA ha experimentado una evolución en términos de emisoras, volumen y capitalización de mercado (BMV, 2023).

En 2011, el MILA contaba con 562 emisoras. En 2021, el MILA tenía 1,215 emisoras, es decir, se ha más que duplicado el número de empresas que cotizan en dichas bolsas. La mayoría de las emisoras son empresas de capitalización media y pequeña. En términos de volumen, en 2011, el volumen de transacciones del MILA fue de alrededor de 100 mdd, mientras que, para 2021, el volumen de transacciones del MILA fue de alrededor de 8,000 mdd, es decir, el volumen creció cerca de 80 veces. En cuanto a capitalización de mercado, cuando el MILA fue creado, era de 600,000 mdd, en 2021 ya era de alrededor de 2.8 billones de dólares, es decir, creció cinco veces. Cabe señalar que, el volumen y capitalización se concentra en las emisoras más grandes y líquidas (BVL, 2023).

Es importante tener en cuenta que el MILA ha enfrentado desafíos y limitaciones en su proceso de integración, como diferencias regulatorias y culturales entre los países miembros. Sin embargo, se espera que el MILA continúe creciendo y consolidándose como un mercado bursátil integrado en América Latina, como lo ha hecho hasta el momento.

Con base en lo anterior, el presente trabajo propone la aplicación de un portafolio de inversión que integre el índice bursátil de cada mercado. Como se menciona en la introducción, la estrategia es

viable gracias al desarrollo de la ingeniería financiera y el diseño de Fondos Cotizados en Bolsa (ETFs) o Recibos de Deposito Americano (ADR), los cuales son instrumentos/carteras que replican un índice conocido y que cotizan en dólares. El periodo de estudio es del 3 de enero de 2017 al 2 de junio del 2022.

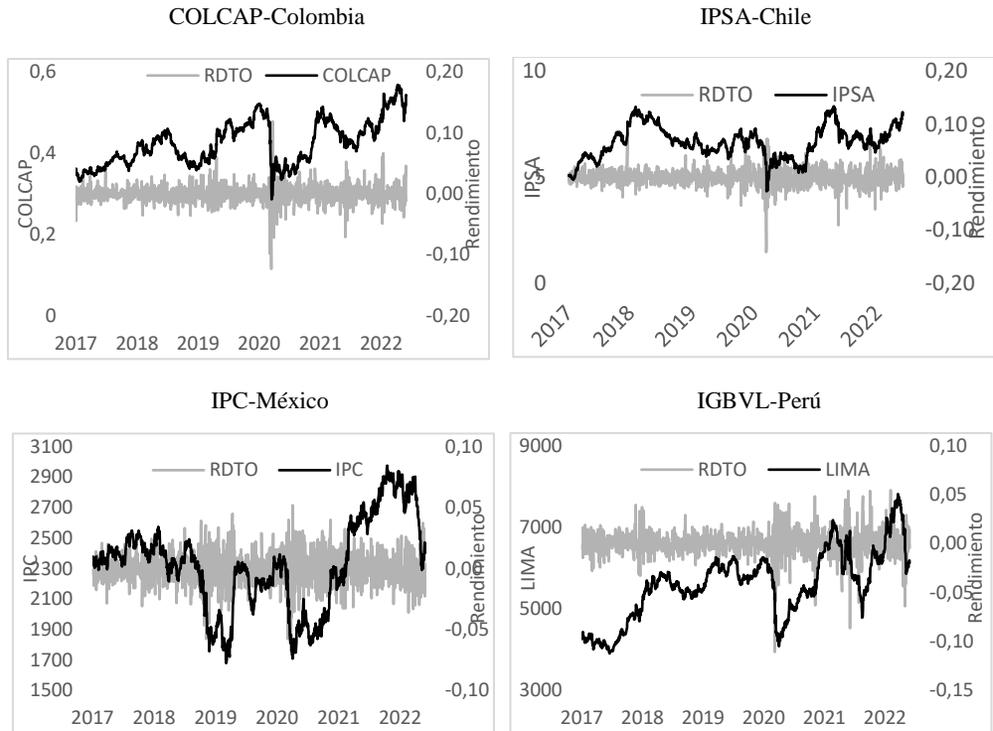


Figura 1. Precios y rendimientos de los índices del MILA (2017-2022) en USD
Fuente: Elaboración propia con datos de Yahoo Finanzas

En la gráfica 1 se presentan los índices bursátiles y sus respectivos rendimientos diarios. Se observa una caída común en 2020 por el inicio del confinamiento impuesto como medida ante la pandemia del Covid19. En 2021 con la reactivación de la economía se muestra una tendencia positiva interrumpida en el año 2022 por la incertidumbre internacional causada ante el inicio del conflicto bélico entre Rusia y Ucrania.

Análisis de los resultados

La Tabla 1 muestra los estadísticos descriptivos de las series, así como los resultados de las pruebas de normalidad Jarque-Bera y de heteroscedasticidad ARCH-LM. Así, se puede realizar un análisis preliminar de las características de las series. La media para todos los índices es positiva, lo que significa que a pesar de los eventos negativos que se presentaron, los inversionistas que mantuvieron posiciones durante el periodo de estudio tuvieron ganancias. El índice con mejor desempeño fue el de Chile (IPSA) con un rendimiento anual promedio de casi 13%, seguido por el índice de Colombia (COLCAP) con un 11.5%, el índice con peor desempeño fue el mexicano (IPC) 0.6%.

Tabla 1
 Estadísticas descriptivas de los rendimientos bursátiles en dólares

	COLCAP_USD	IPC_USD	IPSA_USD	LIMA_USD
Media	0.000317	0.000016	0.000355	0.000300
Mediana	0.000338	0.000212	0.000116	0.000630
Maximo	0.118739	0.051836	0.089600	0.054740
Mínimo	-0.123124	-0.058179	-0.141522	-0.111186
Desv. Est.	0.015534	0.013460	0.016254	0.012843
Asimetría	-0.473680	-0.213253	-0.771652	-0.904599
Kurtosis	16.205740	4.322476	13.939020	12.181130
Jarque-Bera	9202.669	101.3697	6407.308	4597.233
ARCH-LM ^{1/}	230.415***	25.381***	257.478***	52.275***

Nota: ^{1/} La prueba estadística ARCH-LM es el multiplicador de Lagrange usado para la detección del efecto ARCH. Bajo la hipótesis nula de no heteroscedasticidad, dicho termino se distribuye como $\lambda 2(k)$. ***significativo al 1%

En cuanto a las variaciones máximas diarias, el índice COLCAP presentó una variación de casi 12% en un solo día, seguido por el índice IPSA (8.9%), IBVL de Chile (5.4%) y, por último, el IPC con (5.2%). En cuanto a la mayor pérdida en un día la presentó el índice de Chile (IPSA) con 14%, seguido por el COLCAP (12%), BVL (11%) e IPC con 6%. En cuanto a la volatilidad de los índices, aquel que presentó la mayor desviación estándar fue el de Chile, seguido por el colombiano, el de México y el peruano.

Todas las series se distinguen por su sesgo negativo, lo que se puede explicar por las repetidas y grandes caídas que se presentaron por los acontecimientos analizados previamente: Covid19 y la guerra Ucrania vs Rusia. Como es característico de las series económicas y financieras, no presentan normalidad, sino leptocurtosis las distribuciones presentan colas largas y pesadas y estructuras puntiagudas.

Igualmente, la ausencia de homoscedasticidad se comprueba a través de la prueba ARCH-LM, donde se acepta la hipótesis nula de no heteroscedasticidad. Este último hallazgo, justifica el uso de la metodología GARCH, para la modelación de la volatilidad y correlación de los rendimientos bursátiles

en cuestión, como una mejor aproximación frente a aquella lineal originalmente propuesta por Markowitz (1952).

Tabla 2
 Pruebas de raíz unitaria ADF y PP

ÍNDICE	PRUEBA		Niveles		1ra. Dif.	
			t-Stat	Prob.	t-Stat	Prob.
COLCAP	ADF	Int	-16.64	***	-20.84	***
		Int y Ten	-16.63	***	-20.83	***
		Ninguno	-16.63	***	-20.85	***
	PP	Int	-32.69	***	-361.06	***
		Int y Ten	-32.68	***	-358.12	***
		Ninguno	-32.69	***	-361.03	***
IPC	ADF	Int	-34.90	***	-15.98	***
		Int y Ten	-34.89	***	-15.98	***
		Ninguno	-34.92	***	-15.99	***
	PP	Int	-34.91	***	-635.71	***
		Int y Ten	-34.90	***	-634.87	***
		Ninguno	-34.92	***	-635.75	***
IPSA	ADF	Int	-33.90	***	-19.71	***
		Int y Ten	-33.89	***	-19.70	***
		Ninguno	-33.90	***	-19.72	***
	PP	Int	-33.91	***	-190.10	***
		Int y Ten	-33.90	***	-189.99	***
		Ninguno	-33.91	***	-190.20	***
IBVL	ADF	Int	-34.64	***	-18.05	***
		Int y Ten	-34.63	***	-18.05	***
		Ninguno	-34.63	***	-18.06	***
	PP	Int	-34.97	***	-423.83	***
		Int y Ten	-34.96	***	-422.47	***
		Ninguno	-34.97	***	-424.07	***

Nota: Hipótesis nula es que la serie presenta raíz unitaria. *** significa que la hipótesis nula se rechaza al 1% de significancia estadística

En la tabla 2 se presentan los resultados de las pruebas de raíces unitarias Dickey Fuller Aumentada (ADF) y Phillips-Perron (PP) que permiten confirmar la estacionaridad de las series, condición necesaria para la modelación. Como se puede observar, se rechaza la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria, es decir, se comprueba que las series tienen un comportamiento estacionario.

Una vez que se comprueba que las series son heteroscedásticas y estacionarias, se estiman los modelos GARCH univariados bajo la distribución t-Student, permitiendo obtener la varianza y media condicionales de las series. En segundo momento, se modela la correlación dinámica por pares a partir de los modelos DCC. Así, se obtiene la matriz de varianzas y covarianzas condicional y la correlación

dinámica entre las series. Una vez estimados los parámetros, se emplea el modelo de optimización paramétrica para la construcción de portafolios.

Tabla 3
Resultados de los Modelos GARCH-Univariado y GARCH-DCC

	IPC		COLCAP		IBVL		IPSA					
	Coef	t-prob	Coef	t-prob	Coef	t-prob	Coef	t-prob				
C(m)	-0.000047		0.000385		0.000634	**	0.000249					
C(v)	0.062425	**	0.170034	***	0.031649		0.097037					
α_1	0.092613	***	0.168956	***	0.112766	***	0.109321	**				
β_1	0.872779	***	0.748262	***	0.874692	***	0.857743	***				
$\alpha_1 + \beta_1$	0.965392		0.917218		0.987458		0.967064					
	IPC-COLCAP		IPC-IBVL		IPC-IPSA		COLCAP-IBVL		COLCAP-IPSA		IBVL-IPSA	
	Coef	t-prob	Coef	t-prob	Coef	t-prob	Coef	t-prob	Coef	t-prob	Coef	t-prob
$\rho_{2,1}$	0.3463	***	0.3714	***	0.4259	***	0.2939	***	0.3615	***	0.3204	***
α	0.0149	**	0.0200	***	0.0076	*	0.0436		0.0167	***	0.0257	**
β	0.9279	***	0.9637	***	0.9796	***	0.7956	***	0.9683	***	0.9359	***
df	9.1637	***	7.6204	***	8.8855	***	5.7475	***	6.1060	***	5.3676	***

Fuente: elaboración propia

^{1/} $\rho_{2,1}$: correlación entre el tipo de cambio y el índice bursátil.

, *significativo al 5% y 1%, respectivamente

La tabla 3 muestra el resultado de los modelos univariados y bivariados GARCH-DCC.

Como se observa, los coeficientes α_1 y β_1 son estadísticamente significativos, asimismo, se satisface la condición sobre la suma de los términos α_1 y β_1 , los cuales son menores y cercanos a la unidad. Lo anterior, se traduce en la presencia de un proceso de reversión a la media en la volatilidad de las variables donde los choques solo son transitorios.

Por su parte, el término $\rho_{2,1}$ indica el nivel de correlación dinámica, la cual es entre todos los índices bursátiles positivo y medio-bajo, alrededor del 0.3, siendo los índices con mayor fuerza en su relación el de México y Perú (0.43), seguido por Colombia-Perú (0.37) y, en tercer lugar, México-Colombia. Cabe señalar que todas las relaciones dinámicas son estadísticamente significativas, al igual que la gran mayoría de los parámetros α y β . Igualmente, el parámetro df (grados de libertad), permite confirmar la presencia de colas pesadas.

Una vez que se obtienen los resultados del modelo DCC-GARCH, se realizan las Hosking y McLeod – Li, para garantizar que el modelo captura adecuadamente la dinámica de la relación entre las series. Así, la tabla 4 muestra que, una vez estimado el modelo DCC – GARCH (1,1) no existe la presencia de efectos ARCH en los residuales, ni correlación serial entre los residuos con 20 y 50 rezagos con una probabilidad del 95% y 99%.

Tabla 4

Prueba de Hosking^{1/} y McLeod – Li^{2/} sobre el cuadrado de los residuos estandarizados hasta el rezago k

	IPC- COLCAP	IPC- IBVL	IPC- IPSA	COLCAP- IBVL	COLCAP- IPSA	IBVL- IPSA
Hosking's Multivariate Portmanteau Statistics on Standardized Residuals						
Hosking(20)	95.70 ***	96.39 ***	98.52 **	85.63 ***	89.27 ***	75.66 ***
Hosking(50)	199.21 ***	216.79 ***	234.84 *	211.95 ***	226.26 **	214.63 ***
Li and McLeod's Multivariate Portmanteau Statistics on Standardized Residuals						
Li-McLeod(20)	95.54 ***	96.33 ***	98.29 **	85.73 ***	89.22 ***	75.78 ***
Li-McLeod(50)	199.41 ***	216.67 ***	234.10 *	211.77 ***	225.72 ***	214.17 ***

Fuente: elaboración propia

^{1/} Hipótesis nula: Los residuos no presentan correlación serial

^{2/} Hipótesis nula: No hay heteroscedasticidad condicional autorregresiva

*, ** y ***significativo al 10%, 5% y 1%, respectivamente

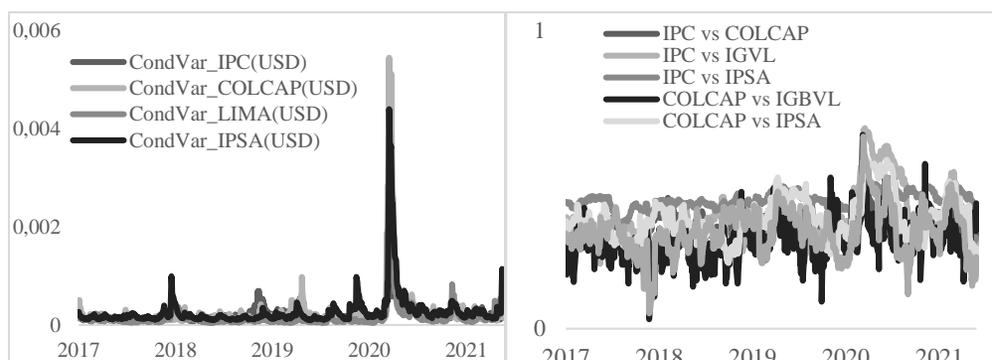


Figura 2. Volatilidad condicional (lado izquierdo) y Correlación Condicional Dinámica (lado derecho)

Fuente: Elaboración propia con base en los datos de la estimación

Como resultado de la aplicación de los modelos GARCH univariados y multivariados, se obtienen las series de varianza condicional y DCC. Así, en la Gráfica 2 se muestran la volatilidad condicional de cada índice accionario (a la izquierda) y las correlaciones dinámicas por pares (a la derecha). Como se observa, la declaración de la pandemia por la Organización Mundial de la Salud en marzo del 2020 tuvo importantes efectos en la volatilidad de los mercados latinoamericanos bajo estudio. Así, dicho efecto también se evidenció en el importante incremento de la correlación condicional dinámica entre los mercados.

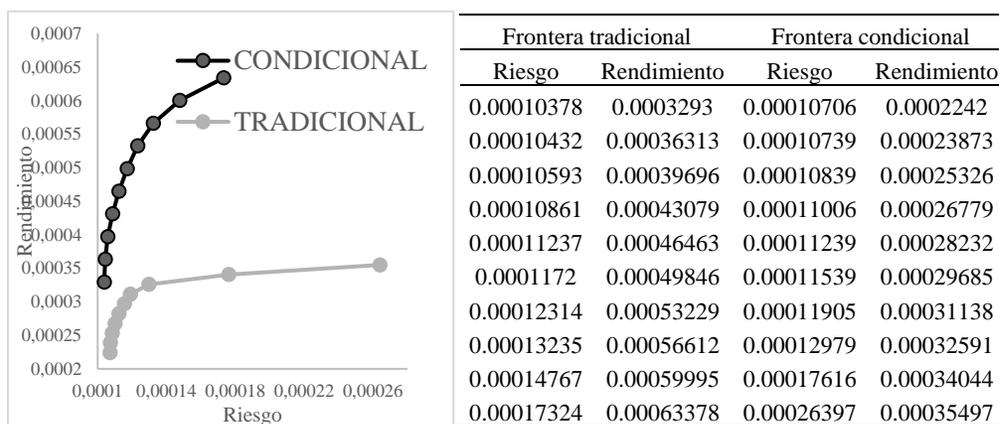


Figura 3. Frontera eficiente condicional vs tradicional (riesgo y rendimiento diarios)

Fuente: Elaboración propia con datos de la estimación

Una vez obtenidos los resultados de los modelos y comprobado el debido ajuste en la modelación, se estima la frontera eficiente condicional y se compara con la frontera eficiente tradicional; la gráfica 3 muestra el resultado. Así, como es de esperarse, dado que los modelos de media, volatilidad y covarianza condicional capturan de manera más adecuada el comportamiento de las series, la medición de los parámetros de riesgo y rendimiento también es más acertada, permitiendo que la optimización paramétrica de mejores resultados. Como se aprecia en color negro, la frontera eficiente condicional domina a la frontera eficiente tradicional, es decir, permite que el inversor obtenga mayores resultados para los mismos niveles de riesgo.

Los resultados implican que, si un inversionista hubiera construido su portafolio tomando en cuenta los parámetros condicionales y tuviera una alta propensión al riesgo, es decir, hubiese elegido el portafolio de máximo rendimiento (aquel más lejano al origen en la recta negra), obtendría un rendimiento anual de 22.8%, contra un inversionista que hubiese construido su portafolio a partir de los cálculos convencionales que tendría una ganancia 10.2% anual.

Así, la evolución del portafolio condicional contra el tradicional se vería como lo indica la gráfica 4. Como se observa, el portafolio condicional tiene mayores rendimientos, pero también mayor volatilidad. No obstante, el análisis gráfico podría no ser concluyente para determinar el riesgo. Así, para poder comparar la pérdida potencial de ambos portafolios, se estima el Valor en Riesgo (VaR) y el VaR Condicional, para los niveles de confianza más usuales (99, 95 y 90%).

Como se puede observar en la tabla 5, tanto para la medida de VaR, como para el VaR condicional (cVaR), el portafolio condicional tiene una menor pérdida potencial a un año, en todos los niveles de confianza. En términos monetarios, un individuo que invirtió en el portafolio condicional 100

millones de pesos, tendría una pérdida máxima de 2.3 y 2.88 millones (de acuerdo con el VaR y cVaR, respectivamente) con un 99% de confianza en un año. Mientras que, si hubiese construido su portafolio con base en los parámetros tradicionales, su pérdida ascendería a 2.36 y 2.9 millones (de acuerdo con el VaR y cVaR, respectivamente), bajo las mismas condiciones. Así, queda demostrado que, en términos de las pérdidas potenciales, el portafolio condicional también ofrece mejores resultados.

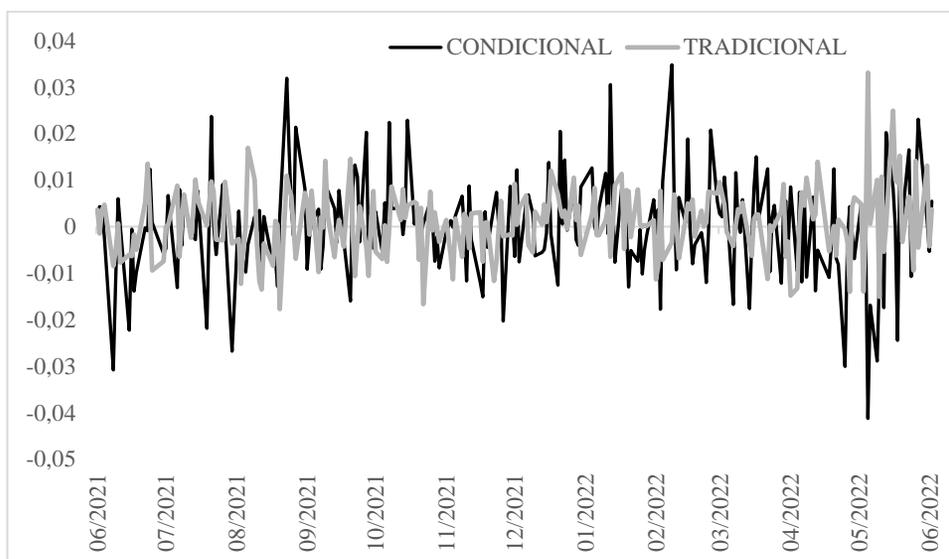


Figura 4. Desempeño del Portafolio Tradicional vs Condicional a un año (2021-2022)
 Fuente: elaboración propia con datos de la estimación.

Tabla 5
 VaR y cVaR para el portafolio de máximo rendimiento condicional y tradicional (2017-2021)

α	Modelo			
	VaR		cVaR	
	Portafolio			
	Condicional	Tradicional	Condicional	Tradicional
1%	2.30%	2.36%	2.88%	2.90%
5%	1.61%	1.66%	2.30%	2.50%
10%	1.25%	1.29%	2.07%	1.74%

Fuente: elaboración propia con datos de la estimación

Una vez que se estima el VaR, se validan los resultados, es decir, si la estimación es correcta o si se sobre o subestimó la pérdida. Dicho análisis es crucial para las instituciones financieras, por ejemplo: bancos, fondos de inversión y fondos de pensiones, ya que una medición poco acertada llevaría a tomar decisiones erróneas sobre el nivel de reservas de activos de alta calidad, causando sanciones por parte de

las instituciones reguladoras y de supervisión o una reserva excesiva, cuyo costo de oportunidad podría verse reflejado en ganancias².

Así, se lleva a cabo la prueba de Kupiec dentro de la muestra (2017-2021) que es sobre el periodo que se realiza el cálculo de los valores en riesgo y fuera de la muestra (2021-2022). La tabla 6 muestra los resultados del ajuste de la prueba de backtesting. Para los resultados dentro de la muestra, la estimación de ambos portafolios presenta adecuado ajuste al 95%, no así al 99% de confianza estadística ya que se subestima la pérdida para el portafolio condicional, mientras que, al 90% el portafolio tradicional sobre estima el VaR.

En cuanto a los resultados fuera de la muestra, el VaR sobre el portafolio tradicional realiza adecuadamente la estimación de la pérdida potencial al 99% de confianza, mientras que el VaR sobre el portafolio condicional es adecuado a todos los niveles de significancia. Es decir, se obtienen mejores ajustes durante el periodo fuera de la muestra, lo cual podría explicarse porque en el periodo dentro de la muestra se incluyó la era del Covid-19, durante la cual se presentaron mayores valores extremos, que en la época de relativa recuperación (2021-2022).

Tabla 6
 Backtesting del VaR con prueba de Kupiec dentro y fuera de la muestra

	17-21		21-22		
	CONDICIONAL	TRADICIONAL	CONDICIONAL	TRADICIONAL	
1%	18	15***	1%	5***	2***
5%	44***	42***	5%	15***	3
10%	82***	80	10%	20***	10

Nota: *** denota adecuado ajuste

Fuente: Elaboración propia con datos de la estimación

² La prueba de backtesting únicamente se realiza sobre el VaR, no así el cVaR o ES (Expected Shortfall) por que este último, de acuerdo con Gneiting (2011), carece de una propiedad matemática denominada elicibilidad, necesaria para que cualquier medida de riesgo se someta a un backtest riguroso, es decir, el cVaR, en sentido riguroso no es backtestable. Además, cabe señalar que, dado que el cVaR es el riesgo promedio de la cola de la distribución, el ajuste del cVaR depende de la estimación del VaR, cualquier prueba de ajuste que se realice sobre el cVaR, también se realizará sobre el VaR y viceversa.

Conclusiones

El presente artículo tiene por objetivo construir portafolios tradicionales y condicionales, por medio de la estimación de modelos GARCH univariados y multivariados, con el propósito de demostrar que el diseño de portafolios a partir de parámetros condicionales (desviación estándar, varianza, covarianza, correlación y media condicionales) provee mejores resultados que sobre parámetros tradicionales. Lo anterior, debido a que los modelos GARCH proveen un mejor ajuste del comportamiento de las series financieras, al capturar conjuntos de volatilidad, cambios en la varianza y, al asumir distribución t-Student, también se puede captar la no normalidad. Los resultados se encuentran en línea con los obtenidos por otros estudios (Hoga, 2019; Ullah et al., 2022), los cuales señalan que la estimación a partir de parámetros condicionales o empleando otras distribuciones, provee mejores resultados.

Hoga (2019) analiza los rendimientos de seis índices bursátiles: NASDAQ, DJIA, Nikkei 225, Hang Seng (HSI), CAC 40 y DAX 30. Señala que los resultados de los modelos AR-GARCH permiten demostrar que las distribuciones tienen colas pesadas, justificando así que se pueda utilizar la teoría de los valores extremos para estimar el Valor en Riesgo condicional (VaRc) y al Expected Shortfall condicional, lo cual mejora los resultados de las previsiones de ambos indicadores, para los diversos índices bajo análisis.

En cuanto a Ullah op. Cit. Estiman el Valor En Riesgo (VaR) y VaR condicional empleando la distribución de Laplace con cola pesada, en lugar de la normal para gestionar los cambios en el precio de una acción, mediante modelos GARCH. Los resultados comprueban que el uso de la distribución Laplace provee mejores resultados en relación con la distribución normal o Gumbel, para la administración de riesgos.

Así, el presente trabajo contrasta la hipótesis, comprobando que los portafolios de inversión condicionales dan mejor relación riesgo/rendimiento al inversionista y tienen menor exposición al riesgo, medido a través del VaR y VaR condicional.

Los resultados son de gran importancia para los inversionistas individuales, gestores de inversión, coberturistas e instituciones financieras, ya que proponen una manera alternativa de construcción de portafolios que ofrece una mayor rentabilidad y menor riesgo. Además, los hallazgos son de especial relevancia para las economías latinoamericanas, ya que se observan resultados positivos en términos de diversificación internacional a través de inversión en cuatro de los principales mercados de la región, proponiendo el uso de instrumentos creados a partir de la ingeniería financiera (ETFs o ADRs) que permiten una cobertura frente al riesgo cambiario.

Dentro de las líneas futuras de investigación se propone incluir nuevos mercados latinoamericanos en la construcción de portafolios, incorporar metodologías para medir la correlación,

como lo son las cópulas y construir portafolios para menores periodos de tiempo, por ejemplo, suponiendo un rebalanceo trimestral o anual.

Referencias

- Aielli, G. P. (2013). Dynamic conditional correlation: on properties and estimation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 31(3), 282-299. Disponible en: <https://doi.org/10.1080/07350015.2013.771027>
- Agudo, L. F., & Marzal, J. S. (2002). Performance en la gestión de carteras en contexto de la Teoría de la Utilidad en presencia de riesgo. *Estudios de Economía Aplicada*, 20(1), 81-110. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=30120109>
- Ali, S., Zhang, J., Abbas, M., Draz, M. U., & Ahmad, F. (2019). Symmetric and Asymmetric GARCH Estimations and Portfolio Optimization: Evidence From G7 Stock Markets. *SAGE Open*, 9(2), 2158244019850243. Disponible en: <https://doi.org/10.1177/2158244019850243>
- Aliyev, F., Ajayi, R., & Gasim, N. (2020). Modelling asymmetric market volatility with univariate GARCH models: Evidence from Nasdaq-100. *The Journal of Economic Asymmetries*, 22, e00167. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.jeca.2020.e00167>
- Bloomberg (2022). Goldman prevé recuperación de mercados de capitales de Latinoamérica en 2023. Sitio web: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2022-12-01/goldman-ve-recuperacion-mercados-capitales-latinoamerica-en-2023>. Consultado: 02/02/23
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model. *The review of economics and statistics*, 498-505. Disponible en: <https://doi.org/10.2307/2109358>
- Bollerslev, T., Engle, R. F., & Wooldridge, J. M. (1988). A capital asset pricing model with time-varying covariances. *Journal of political Economy*, 96(1), 116-131. Disponible en: <https://doi.org/10.1086/261527>
- Bouri, E., Jalkh, N., & Roubaud, D. (2019). Commodity volatility shocks and BRIC sovereign risk: A GARCH-quantile approach. *Resources Policy*, 61, 385-392. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2017.12.002>
- BVL (2022) Mercado Integrado Latinoamericano – MILA. Sitio web de la Bolsa de Valores de Lima. <https://www.bvl.com.pe/mercado/mercado-integrado-latino-americano-mila>. Consultado 3/06/22.

- BVL Bolsa de Valores de Lima (2023). Mercado Integrado Latinoamericano. Disponible en: <https://www.bvl.com.pe/mercado/mercado-integrado-latino-americano-mila>. Consultado: 03/04/23
- BMV Bolsa Mexicana de Valores (2023). MILA. Disponible en: <https://www.bmv.com.mx/en/mila>. Consultado: 03/04/23
- Cerqueti, R., Giacalone, M., & Mattera, R. (2020). Skewed non-Gaussian GARCH models for cryptocurrencies volatility modelling. *Information Sciences*, 527, 1-26. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.03.075>
- Cheikh, N. B., Zaied, Y. B., & Chevallier, J. (2020). Asymmetric volatility in cryptocurrency markets: New evidence from smooth transition GARCH models. *Finance Research Letters*, 35, 101293. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.09.008>
- Darraz, E. F., & Bernasconi, A. (2012). Finanzas y marketing. Covered by the Social Sciences Citation Index®, 22(46), 87. Disponible en: <http://fce.unal.edu.co/innovar/images/Innovar/v22n46/v22n46.pdf>
- Díaz, A., & Esparcia, C. (2021). Dynamic optimal portfolio choice under time-varying risk aversion. *International Economics*, 166, 1-22. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.inteco.2021.02.002>
- Dwarika, N., Moores-Pitt, P., & Chifurira, R. (2021). Volatility Dynamics and the Risk- return Relationship in South Africa: a GARCH Approach. Disponible en: [https://doi.org/10.21511/imfi.18\(2\).2021.09](https://doi.org/10.21511/imfi.18(2).2021.09)
- Endri, E., Abidin, Z., Simanjuntak, T. P., & Nurhayati, I. (2020). Indonesian stock market volatility: GARCH model. *Montenegrin Journal of Economics*, 16(2), 7-17. Disponible en: <https://doi.org/10.14254/1800-5845/2020.16-2.1>
- Engle R., Kroner F.K. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11: 122-150. Disponible en: <https://doi.org/10.1017/s0266466600009063>.
- Engle, R. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339-350. Disponible en: <https://doi.org/10.1198/073500102288618487>
- Fakhfekh, M., & Jeribi, A. (2020). Volatility dynamics of crypto-currencies' returns: Evidence from asymmetric and long memory GARCH models. *Research in International Business and Finance*, 51, 101075. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2019.101075>

- Fałdziński, M., Fiszeder, P., & Orzeszko, W. (2020). Forecasting volatility of energy commodities: Comparison of GARCH models with support vector regression. *Energies*, 14(1), 6. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/en14010006>
- Francq, C., & Zakoïan, J. M. (2010). Inconsistency of the MLE and inference based on weighted LS for LARCH models. *Journal of Econometrics*, 159(1), 151-165. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2010.05.003>
- Fung, K., Jeong, J., & Pereira, J. (2022). More to cryptos than bitcoin: A GARCH modelling of heterogeneous cryptocurrencies. *Finance research letters*, 47, 102544. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102544>
- Gneiting, T. (2011). Making and evaluating point forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 106(494), 746-762. Disponible en: <https://doi.org/10.1198/jasa.2011.r10138>
<https://hrdc.gujaratuniversity.ac.in/Uploads/EJournalDetail/30/1045/49.pdf>
- Hoga, Y. (2019). Confidence intervals for conditional tail risk measures in ARMA–GARCH models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 37(4), 613-624. Disponible en: <https://doi.org/10.1080/07350015.2017.1401543>
- Joyo, A. S., & Lefen, L. (2019). Stock market integration of Pakistan with its trading partners: A multivariate DCC-GARCH model approach. *Sustainability*, 11(2), 303. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/su11020303>
- Kim, H. Y., & Won, C. H. (2018). Forecasting the volatility of stock price index: A hybrid model integrating LSTM with multiple GARCH-type models. *Expert Systems with Applications*, 103, 25-37. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.03.002>
- Luenberger, D. G. (1998). Products of trees for investment analysis. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22(8-9), 1403-1417. Disponible en: [https://doi.org/10.1016/s0165-1889\(98\)00018-9](https://doi.org/10.1016/s0165-1889(98)00018-9)
- Markowitz, H. (1952). The utility of wealth. *Journal of political Economy*, 60(2), 151-158. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Mohsin, M., Naiwen, L., Zia-UR-Rehman, M., Naseem, S., & Baig, S. A. (2020). The volatility of bank stock prices and macroeconomic fundamentals in the Pakistani context: an application of GARCH and EGARCH models. *Oeconomia Copernicana*, 11(4), 609-636. Disponible en: <https://doi.org/10.24136/oc.2020.025>
- Morahanye, H. (2019). Risk-Return Nexus in a Garch-M Framework: Empirical Evidence from the South African Stock Market. University of Johannesburg (South Africa). Disponible en: <https://www.proquest.com/openview/8ce046b267a5832e90cd45540a42c77b/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>

- Nageri, K. I. (2021). Risk-return relationship in the Nigerian stock market during pandemic covid-19: sectoral panel GARCH approach. *Copernican Journal of Finance & Accounting*, 10(4), 97-116. Disponible en: <https://doi.org/10.12775/CJFA.2021.017>
- Nasini, S., Labbé, M., & Brotcorne, L. (2022). Multi-market portfolio optimization with conditional value at risk. *European Journal of Operational Research*, 300(1), 350-365. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.10.010>
- Novalés, A. (2016). Valor en Riesgo. Universidad Complutense. Disponible en: <https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-41460/Valor%20en%20Riesgo.pdf>
- Nugroho, D. B., Kurniawati, D., Panjaitan, L. P., Kholil, Z., Susanto, B., & Sasongko, L. R. (2019, August). Empirical performance of GARCH, GARCH-M, GJR-GARCH and log-GARCH models for returns volatility. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1307, No. 1, p. 012003). IOP Publishing. Disponible en: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1307/1/012003>
- Nurrahmat, M. H., Noviyanti, L., & Bachrudin, A. (2017, March). Estimation of value at risk in currency exchange rate portfolio using asymmetric GJR-GARCH Copula. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1827, No. 1, p. 020006). AIP Publishing LLC. Disponible en: <https://doi.org/10.1063/1.4979422>
- Oloko, T. F., Adediran, I. A., & Fadiya, O. T. (2022). Climate Change and Asian Stock Markets: A GARCH-MIDAS Approach. *Asian Economics Letters*, 3(Early View). Disponible en: <https://doi.org/10.46557/001c.37142>
- Patel, R. (2021). Risk-Return Tradeoffs in Indian Stock Market: Evidence From GARCH Model Approach. *Journal of Higher Education*. Page 556-566. March 2021, Vol. 13, Issue No. 1. Disponible en: <https://doi.org/10.37867/te130149>
- Riaño, S. G., Mejía, J. O., & Jaramillo, A. M. S. (2023). Volatilidad y creación de valor en el mercado integrado Latinoamericano. *Contaduría y administración*, 68(1), 58-76. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.22201/fca.24488410e.2023.3080>
- Tolgahan, Y. (2010). Improving portfolio optimization by DCC and DECO GARCH: Evidence from Istanbul Stock Exchange. Disponible en: <https://mpr.ub.uni-muenchen.de/27314/>
- Tse Y.K., Tsui A.K.C. (2002). A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 351–362. Disponible en: <https://doi.org/10.1198/073500102288618496>
- Ullah, M. Z., Mallawi, F. O., Asma, M., & Shateyi, S. (2022). On the Conditional Value at Risk Based on the Laplace Distribution with Application in GARCH Model. *Mathematics*, 10(16), 3018. Disponible en: <https://doi.org/10.3390/math10163018>

- Wang, S., & Hartzell, D. (2021). What influences real estate volatility in Hong Kong? An ARMA-GARCH approach. *International Journal of Housing Markets and Analysis*. Disponible en: <https://doi.org/10.2139/ssrn.3521649>
- Yadav, N., Singh, A. B., & Tandon, P. (2023). Volatility Spillover Effects between Indian Stock Market and Global Stock Markets: A DCC-GARCH Model. *FIIB Business Review*, 23197145221141186. Disponible en: <https://doi.org/10.1177/23197145221141186>
- Yahoo Finance (2023). IPC México, COLCAP Colombia, IGBVL Perú e IPSA Chile. Disponible en: <https://finance.yahoo.com/quote/%5EMXX?p=%5EMXX&.tsrc=fin-srch>. Consultado: 02/06/2022.
- Zhao, L., & Wen, F. (2022). Risk-return relationship and structural breaks: Evidence from China carbon market. *International Review of Economics & Finance*, 77, 481-492. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.iref.2021.10.019>